

Prof. dr hab. Andrzej Borowiec
Instytut Fizyki Teoretycznej
Wydział Fizyki i Astronomii
Uniwersytet Wrocławski

Wrocław, 29 grudnia 2023

Recenzja rozprawy doktorskiej, κ -deformed scalar field, w ramach postępowania o nadanie stopnia doktora magistrowi Andrea Bevilacqua

Rozprawa napisana została pod kierunkiem prof. dr Hab. Jerzego Kowalskiego-Glikmana oraz prof. dr hab. Wojciecha Wiślickiego w Narodowym Centrum Badań Jądrowych w Świerku. Tematyka rozprawy dotyczy modelu teorii pola skalarnego określonego na nieprzemiennej czasoprzestrzeni κ -Minkowskiego z kwantową grupą symetrii κ -Poincare.

Zapoczątkowana w latach 80tych i 90tych ubiegłego wieku teoria deformacji struktur algebraicznych, w połączeniu z ideą nieprzemiennej geometrii Connes'a, otworzyła nowe perspektywy w fizyce teoretycznej. Pozwoliła bowiem na rozwój nowych technik kwantowania poprzez tzw. deformacje kwantowe znanych struktur fizyki klasycznej. W szczególności przestrzeń rozumiana jako zbiór punktów i reprezentowana poprzez przemienne algebrę funkcji w wyniku deformacji kwantowej jest zastąpiona nieprzemienne algebrą. Jednocześnie (czaso)przestrzenne symetrie po deformacji stają się niekoprzemiennymi algebrami Hopfa. Oznacza to, że deformacje grupy symetrii, sprowadzają się w zasadzie do deformacji koiloczynów odpowiedniej algebry Hopfa tak aby był one uzgodnione z nieprzemiennymi iloczynami w zdeformowanych przestrzeniach (modułach Hopfa). Sektor algebraiczny grup kwantowych uzyskanych przez deformację algebr Liego może, w zasadzie, pozostać niezdeformowany. W przypadku macierzowych grup kwantowych (S.L. Woronowicz) deformowane są algebraiczne relacje pomiędzy wyrazami macierzowymi. Inną bardzo ważną rolę koproduktów jest ich udział w tworzenie nowych reprezentacji za pomocą operacji iloczynu tensorowego, co w fizyce odpowiada stanom wielocząstkowym. W zastosowaniach fizycznych deformacje symetrii relatywistycznych powinny wysunąć się na pierwszy plan. Zgodnie z obowiązującą hipotezą pozwalają one na uwzględnienie niektórych efektów kwantowej grawitacji.

Dlatego szczególną rolę odgrywają deformacje grupy/algebry Poincare, a wśród nich wyróżnioną jest tzw. κ -deformacja związana z przestrzenią κ -Minkowskiego, gdzie parametr κ ma wymiar masy (energii). Wprowadzona na początku lat 90tych przez J. Lukierskiego i współpracowników (A. Nowicki, H. Ruegg i V.N. Tolstoy) stała się z czasem znakiem firmowym szkoły wrocławskiej. I właśnie zastosowaniem tej deformacji w klasycznej i kwantowej teorii (zespalonego) swobodnego masywnego pola skalarnego poświęcona jest przedłożona do oceny dysertacja, która oparta jest na znacznej części dokonań naukowych pierwszego promotora. Powstała wokół zastosowań κ -deformacji fizyka znana jest pod nazwą Podwójnej Teorii Względności (DSR= Doubly or Deformed Special Relativity). Wyróżnia ona tzw. bikrosproduktową (nieklasyczną) bazę w algebrze Liego grupy Poincare, wprowadzoną przez H. Ruegga i S. Majida, porównaj monografia M. Arzano, J. Kowalski-Glikman: *Deformations of Spacetime Symmetries. Gravity, Group-Valued Momenta, and Non-Commutative Fields* (Springer Nature 2021, LNP 986).

Napisana w języku angielskim 136 stronicowa rozprawa składa się z trzech rozdziałów oraz obszernej bibliografii. Została zamieszczona w bazie preprintów Uniwersytetu Cornell arXiv:2311.00014 i w mojej opinii stanowi kontynuację badań zaprezentowanych w wyżej wymienionej monografii.

Rozdział pierwszy hasłowo zatytułowany *κ -Minkowski and κ -Poincare* stanowi skrótowe wprowadzenie formalizmu matematycznego, terminologii oraz notacji. Składa się z pięciu podrozdziałów, z których ostatni zawiera oryginalne rachunki Autora. Zasadnicza część poświęcona jest wprowadzeniu przestrzeni κ -Minkowskiego jako rozmaitości grupy $AN(3)$ w pięciowymiarowej reprezentacji macierzowej. Elementy grupowe parametryzowane są przez zmienne pędowe. W tym ujęciu relacje κ -Minkowskiego spełnione są na poziomie algebry Liego. W ramach pięciowymiarowego formalizmu wprowadzonego przez pierwszego promotora połączono symetrie Poincare z grupą $AN(3)$ stosując rozkładu Iwasawy dla grupy de-Sittera $SO(1,4)$ w pięciowymiarowej (wektorowej) reprezentacji. Umożliwia to macierzowe działanie podgrupy Poincare na czasoprzestrzeń $AN(3)$ w reprezentacji afinicznej. O ile można mieć zastrzeżenia co do elegancji, kompletności, definicji oraz ścisłości wywodów matematycznych w tej części rozprawy to należy docenić umiejętności rachunkowe Doktoranta. Wykazał on zgodność działania koiloczynu na stany dwucząstkowe ze strukturą 5-wymiarowej reprezentacji.

Rozdział drugi *Complex scalar field on κ -Minkowski spacetime* zawiera zasadnicze wyniki rozprawy. Silną stroną prezentacji jest wprowadzenie swoistej „mapy drogowej” ułatwiającej zrozumienie algorytmu postępowania oraz logicznych powiązań pomiędzy poszczególnymi podrozdziałami. Punktem wyjścia jest znane z prac innych autorów formalne odwzorowanie Weyla. Pozwala ono na zastąpienie fal płaskich parametryzowanych pędami klasycznymi macierzami w przestrzeni $AN(3)$ parametryzowanymi za pomocą pędów w bazie bikrosproduktowej i zbudowanie analogii pomiędzy standardową teorią pola a tą zaproponowaną na przestrzeni κ -Minkowskiego. Wprowadza nowy (zdeformowany) *-iloczyn na macierzach grupy $AN(3)$ oraz swoistą zasadę korespondencji przekształcając znane formuły klasycznej i kwantowej teorii pola skalarnego na ich odpowiedniki w zdeformowanej przestrzeni κ -Minkowskiego realizowanej jako algebra macierzy $AN(3)$ z nowym mnożeniem. Trzeba zaznaczyć, że struktura algebraiczna tej nowej przestrzeni nie jest do końca zbadana. Niemniej, w ramach przyjętego formalizmu uzyskano szereg interesujących i oryginalnych wyników dotyczących fenomenologii „zdeformowanego pola”: zasady wariacyjnej w zdeformowanej czasoprzestrzeni, równań ruchu, zachowanie ładunków Noether, struktury symplektycznej, dyskretnej transformacji sprzężenia ładunkowego C , parzystości P oraz odbicia czasowego T . Dla mnie najciekawsza była dyskusja możliwych współzależności pomiędzy łamaniem symetrii Lorentza oraz łamaniem symetrii CPT zarówno w zdeformowanym jak i niezdeformowanym przypadku. Wynika z niej dobre rozumienie kwantowej teorii pola przez Doktoranta.

Rozdział trzeci, *κ -deformed propagator, and 1-loop correction to it*, poświęcony jest policzeniu poprawki do propagatora Fenmana wynikającej z nowych zasad mnożenia funkcji pola. Rozdział ten ma silny walor pedagogiczny. Zestawiono standardowe, niezdeformowane rachunki 1-pętlowych poprawek z tymi uzyskanymi w ramach korzystania z prawa dodawania pędów za pomocą koliczynów κ -zdeformowanej algebry Poincare. Okazuje się, że otrzymany wynik końcowy wnosi kwadratową poprawkę w parametrze deformacji $1/\kappa$ w stosunku do wartości niezdeformowanej. Do negatywów należy zaliczyć brak solidnego podsumowania całości otrzymanych wyników, płynących z nich wniosków czy też nakreślenia perspektywy prowadzenie dalszych badań. Chcę też zadać następujące pytania:

- 1) w jakim stopniu otrzymane wyniki zależą od wybranej realizacji przestrzeni κ -Minkowskiego?
- 2) W przypadku κ -deformacji algebry Poincare kwantowa R -macierz nie istnieje, więc też nie istnieje indukowana reprezentacja grupy warkoczowej w przestrzeni stanów wielocząstkowych.

Czy zdaniem Doktoranta możliwe jest wprowadzenie jakiejś formy statystyki, na wzór statystyki fermionowej lub bozonowej, w przestrzeni Focka?

Przedstawiona do oceny rozprawa doktorska mgra Andrea Bevilacqua dobrze unaocznia problemy techniczne jak i pojęciowe jakie mogą napotkać bardziej realistyczne modele teorii pola (np. elektrodynamiki), uwzględniające efekty kwantowej deformacji czasoprzestrzeni, przy wykorzystaniu współczesnych narzędzi geometrii nieprzemiennej a w szczególności przyjętego formalizmu κ -deformacji. W tym sensie wnosi ona wartościowy wkład do dziedziny o czym świadczy fakt, iż zaprezentowane w rozprawie rezultaty zostały opublikowane w pięciu artykułach, w tym dwa w prestiżowym Phys. Rev. D (część pozostaje jeszcze na etapie e-printów).

Podsumowując, pozytywnie oceniam osiągnięte wyniki i formę rozprawy oraz wnoszę o dopuszczenie jej do obrony.