

## Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Alice Boldrin pt. “Classical and quantum aspects of perturbations in Primordial Universe”

Praca doktorska Pani mgr Alice Boldrin pt. “Classical and quantum aspects of perturbations in Primordial Universe” została przygotowana w Narodowym Centrum Badań Jądrowych (NCBJ). Promotorem pracy byli dr hab. Przemysław Małkiewicz oraz prof. Patrick Peter.

Tematyka rozprawy dotyczy teorii zaburzeń kosmologicznych, stanowiących opis początkowej fazy formowania się struktur we Wszechświecie. Teoria ta jest zazwyczaj formułowana w podejściu kowariantnym, traktującym jako punkt wyjścia działanie dla Ogólnej Teorii Względności (OTW). Jednakże to opis zaburzeń w formalizmie hamiltonowskim stanowi punktu wyjścia dla wiodących podjęć do kwantyzacji grawitacyjnych stopni swobody, jak również dostarcza dodatkowego wglądu w strukturę symetrii czasoprzestrzennych. W szczególności, hamiltonowski opis zaburzeń kosmologicznych był w przeszłości rozwijany m.in. w ramach pętlowej kosmologii kwantowej, gdzie analiza algebry więzów, doprowadziła do nowych obserwacji dotyczących deformacji symetrii czasoprzestrzennych w kwantowym reżimie perturbacyjnym.

Co istotne, obliczenia wykonywane w ramach kwantowej teorii zaburzeń kosmologicznych, umożliwiają dokonywanie przewidywań co do postaci anizotropii temperatury oraz polaryzacji mikrofalowego promieniowania tła. To zaś, dzięki obserwacjom kosmologicznym wykonywanym przez takie eksperymenty jak misja PLANCK, przeciera drogę do empirycznej weryfikacji teorii opisujących fizykę wszechświata przed erą promieniowania. Należy podkreślić, że kwantowa teoria zaburzeń kosmologicznych dostarcza nam obecnie najbardziej wiarygodnego mechanizmu, tłumaczącego bliskie niezależności od skali widmo mocy zaburzeń pierwotnych. Stąd też, jest to obszar w którym testowane mogą być efekty na styku teorii kwantowej oraz grawitacji.

Dr Boldrin, w swojej rozprawie doktorskiej podejmuje wnikliwą analizę hamiltonowskiego sformułowania teorii zaburzeń kosmologicznych. Rozważania te są prowadzone, w głównej mierze, na poziomie klasycznym. Autorka rozszerza dyskusję poza przypadek z tłem jednorodnym i izotropowym do czasoprzestrzeni opisywanej przez anizotropowy model Bianchi I. Analiza na poziomie kwantowym przeprowadzona zostaje dla przypadku fal grawitacyjnych i obejmuje znaczenie wpływu reparametryzacji czasu.

Zaprezentowane wyniki stanowią wkład do w trzech publikacjach:

- [1] A. Boldrin, P. Małkiewicz, “Gauge-fixing and spacetime reconstruction in the Hamiltonian theory of cosmological perturbations,” *Class. Quant. Grav.* **40** (2023) no.1, 015003.

[2] A. Boldrin, P. Małkiewicz, “Dirac procedure and the Hamiltonian formalism for cosmological perturbations in a Bianchi I universe,” *Class. Quant. Grav.* **39** (2022) no.2, 025005.

[3] A. Boldrin, P. Małkiewicz, P. Peter, “Time problem in primordial perturbations,” *Phys. Rev. D* **109** (2024) no.10, 10

Praca ma 107 stron i została napisana w języku angielskim. Dysertacja została podzielona na cztery rozdziały (zawierających podrozdziały), oraz wstęp i zakończenie. Rozprawę uzupełniają dwa dodatki oraz bibliografia, zawierająca 117 pozycji literaturowych.

Rozdział 1 stanowi wprowadzenie do hamiltonowskiego sformułowania OTW oraz do teorii więzów. W pierwszej części dyskusji, Autorka przeprowadza standardową dyskusję, w formalizmie ADM, prowadzącą do wyrażenia na funkcję Hamiltona dla OTW, jako sumy więzu skalarne (superhamiltonianu) i więzu wektorowego (superpędu). Z punktu widzenia dalszej dyskusji dotyczącej symetrii, zasadne byłoby uzupełnienie tej dyskusji o wyliczenie algebry tych więzów - tzw. algebry deformacji hiperpowierzchni, stanowiącej algebraiczną reprezentację symetrii OTW. Tym bardziej, iż to właśnie fakt, że jest to algebra pierwszej klasy implikuje to, że więzy te możemy traktować jako generatory symetrii cechowania. Dotyczy to także tzw. rozmytych (ang. smeared) więzów. Stanowiłoby to również doskonałe podwaliny pod ogólną dyskusję układów fizycznych z więzami, którą mgr Boldrin przeprowadza w następnej kolejności. Rozważania te przywołują metodę Diraca opisu układów z więzami, wprowadzając terminologię niezbędną do zrozumienia dalszych rozdziałów dysertacji. Na uwagę zasługuje tu wnikliwa analiza prowadząca do rozróżnienia pomiędzy Hamiltoninami (1.25), (1.29) i (1.33), co wskazuje na bardzo dobre zrozumienie przez Autorkę dyskutowanych zagadnień. Dyskusja układów z więzami ogranicza się do przypadku klasycznego. W szczególności, z punktu widzenia dyskusji prowadzonej w rozdziale 4, można jednak czuć niedosyt związany z brakiem ujęcia we wprowadzeniu kwantowego rozszerzenia metody Diraca, co stanowi jedno z najpowszechniej stosowanych podejść do kwantyzacji układów z więzami. Realizowane jest to, w uproszczeniu, przez promocję więzów do postaci operatorów i konstrukcję fizycznej przestrzeni Hilberta na podstawie wyznaczenia jąder tych operatorów. Poruszenie tych zagadnień dopełniłoby kompletność rozważań prowadzonych w pracy.

W Rozdziale 2, mgr Boldrin dokonuje rozwinięcia perturbacyjnego, w ramach hamiltonowskiego sformułowania OTW. Analiza przeprowadzona jest dla ogólnej jednorodnej czasoprzestrzeni tła. Wyniki te zostały zaprezentowane w publikacji [1]. W pierwszej części dyskusji, mgr Boldrin dokonuje rozwinięcia perturbacyjnego zmiennych połowych, do wyrazów drugiego rzędu w hamiltonianie, co odpowiada liniowej teorii zaburzeń. Wyniki te nie stanowią jeszcze istotnego novum, gdyż analiza zaburzeń w formalizmie ADM była w przeszłości dyskutowana w literaturze. W podrozdziale 2.1.3, mgr Boldrin dokonuje wstępnej analizy więzów, otrzymanych w ramach dyskutowanego przybliżenia. Mam jednak pewne wątpliwości związane z tą częścią. Nie jest mianowicie jasne dlaczego Autorka ogranicza

się do trywialnego przypadku przybliżenia pierwszego rzędu, kiedy dla opisu zaburzeń znaczenie będą miały wyrazy drugiego rzędu. W takim przypadku, można pokazać, co jest wynikiem znanym w literaturze, że więzy nie komutują silnie (off-shell), spełniają jednak algebrę pierwszej klasy, co ma istotne znaczenie z punktu widzenia traktowania ich jako generatorów symetrii cechowania. Standardowa dyskusja, pozwala wykorzystać ten fakt m.in. do konstrukcji zmiennych niezależnych od wyboru cechowania (w szczególności, tzw. potencjałów Bardeena). W kolejnym podrozdziale, mgr Boldrin podejmuje wykorzystanie metody Diraca dla układów z więzami. Dyskusja ta ma charakter dosyć ogólny i nie dostarcza np. wyrażeń na transformacje cechowania zmiennych kanonicznych, co pozwoliłoby na porównanie z wynikami otrzymanymi poprzez pochodne Liego. Następnie, wprowadzona zostaje metoda Kuchařa, umożliwiającą wkomponowanie więzów w zmienne kanoniczne. Metoda ta wymaga, wprowadzenie dodatkowego członu do hamiltonianu, co mgr Boldrin przeprowadza na poziomie teorii zaburzeń. Rozważania te dają alternatywny wgląd w strukturę symetrii cechowania w teorii zaburzeń kosmologicznych. Ponownie, w mojej ocenie, zabrakło tu jednak odwołania do klasycznych wyników w teorii zaburzeń kosmologicznych, co pozwoliłoby czytelnikowi na lepsze wyrobienie sobie opinii odnośnie korzyści jakie mogą płynąć z zastosowania rozwiniętego podejścia. Należy również zaznaczyć, że rozważania zawarte w tym rozdziale zostały przeprowadzone dla przypadku próżniowego, co stanowi istotną idealizację, jak również ma zasadniczy wpływ na ilość i typ lokalnych stopni swobody teorii, co zaś ma ogromne znaczenie od strony teorii zaburzeń. W szczególności, w przypadku próżniowym, zaburzenia typu skalarnego oraz wektorowego nie są fizyczne, gdyż można je “cechować” do wartości zerowej. Wartościowym uzupełnieniem zaprezentowanych wyników byłoby pokazanie jak te znane własności wyłaniają się z dyskutowanego formalizmu.

Rozdział 3, dostarcza analizy szczególnego przypadku zaburzeń kosmologicznych z anizotropową czasoprzestrzenią tła, opisywaną przez model Bianchi I. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że większość z przeprowadzonych w literaturze dyskusji teorii zaburzeń kosmologicznych dotyczy przypadku jednorodnej oraz izotropowej czasoprzestrzeni tła (model FLRW). Wyniki zaprezentowane przez mgr Boldrin uzupełniają lukę literaturową, dostarczając analizy hamiltonowskiej dla wiodącego przypadku anizotropowego. Warto dodać, że, w tym rozdziale, wprowadzone zostaje już pole materii, w postaci pola skalarnego. Autorka dokonuje również dekompozycji zaburzeń na mody: skalarny, wektorowe oraz tensorowe. Stosując metodę Diraca, wyznaczony zostaje hamiltonian fizyczny. W podrozdziale 3.3.3, mgr Boldrin nawiązuje, dla dyskutowanego przypadku anizotropowego, do niezależnych od wyboru cechowania zmiennych Mukhanova-Sasakiego. Czytelnik może odczuć jednak niedosyt związany z brakiem odniesienia tego przypadku do znanych wyrażeń na zmienną Mukhanova-Sasakiego, dla przypadku izotropowego. Sytuacja taka powinna być odzyskiwana dokonując odpowiedniej redukcji lub uśrednienia zmiennych. Uwaga ta dotyczy również innych wyrażeń otrzymanych w rozdziale. Jedną z ciekawszych obserwacji poczynionych w tym rozdziale jest brak rozprzęgnięcia modów skalarnych i tensorowych w obecności anizotropii, dla pewnych

wyborów cechowania. Wyniki zaprezentowane w tym rozdziale stanowią wkład do publikacji [2].

W rozdziale 4, mgr Boldrin podejmuje dyskusję roli wyboru czasu w teorii zaburzeń kosmologicznych. Rozdział ten przywołuje wyniki opublikowane w pracy [3]. Autorka porusza tu ciekawe i potencjalnie ważne zagadnienie, którego obecność w literaturze jest znikoma. Zmiana wyboru czasu, dozwolona w ramach symetrii OTW, związana jest z niekanoniczną transformacją, rzutującą na definicję zmiennych kanonicznych. Mgr Boldrin analizuje przypadek fal grawitacyjnych, traktowanych w ujęciu kanonicznym, na tle FLRW i wyprowadza wyrażenie na zmienne kanoniczne w zależności od wyboru zegara. W kolejnym kroku, mgr Boldin przechodzi to dyskusji przypadku kwantowego. W przyjętej metodologii, przeprowadzono kwantyzację dynamiki tła poprzez wykorzystanie stanów koherentnych, co doprowadziło do wyznaczenia semiklasycznego hamiltonianu tła. Rozwiązanie równań ruchu dla przypadku semiklasycznego, w rozważanym przypadku próżniowym, prowadzi do nieosobliwej dynamiki w postaci tzw. odbicia. Z drugiej strony, wykorzystując rozwiązanie dla zmiennych tła, zastosowano standardową kanoniczną metodę kwantowania dla zaburzeń. Wątpliwość na tym etapie budzi brak konsystencji przyjętej metody kwantyzacji. Analiza rozwiązań dla kwantowych funkcji modów, wykazuje zależność od wyboru funkcji czasu w reżimie kwantowym tła (w okolicy odbicia). Rozdział zwieńczony jest ciekawą ogólną dyskusją dotyczącą problemu wyboru zmiennej czasowej w klasycznej i kwantowej grawitacji. Wyniki zaprezentowane w tym rozdziale są, w moje ocenie, najciekawszym wynikiem prac, stanowiącym dobry punkt wyjścia do analizy bardziej realistycznych przypadków, mających znaczenie pod kątem obserwacyjnym.

Rozprawę podsumowuje krótki rozdział w którym mgr Boldin stara się wyekstrahować najistotniejsze obserwacje wynikające z przeprowadzonych rozważań. Zarysowane zostają również kolejne możliwe kroki związane z rozszerzeniem przeprowadzonych badań.

Reasumując, praca stanowi spójny ciąg rozumowania, zgodny z metodologią pracy naukowej. Analiza pracy dostarcza przekonania o wnikliwym zrozumieniu przez mgr Boldrin hamiltonowskiego sformułowania teorii grawitacji, w szczególności w kontekście wyłaniającego się z tego sformułowania obrazu grawitacji, jako układu z więzami. Rozprawa skupia się głównie na aspektach związanych z symetrią cechowania oraz reparametryzacją czasu w klasycznej teorii zaburzeń kosmologicznych. W mniejszym stopniu, poruszone zostają aspekty kwantowe. Przeprowadzenie obliczeń przedstawionych w dysertacji wymagało zarówno skrupulatności, jak i dobrego opanowania niuansów związanych z symetriasami cechowania dla układów z więzami.

Dysertacja została przygotowana w oparciu o trzy publikacje, opublikowane w renomowanych czasopismach fizycznych, w których mgr Boldrin widnieje jako pierwszy autor. Stwarza to podstawy do przekonania o wiodącym udziale mgr Boldrin w procesie uzyskania zaprezentowanych wyników. Na podstawie bazy INSPIRE HEP, publikacje [1,2,3] były dotychczas cytowane 7 razy. Nie jest to dużo, trzeba jednak mieć na uwadze fakt, że, szczególnie wyniki

z publikacji [1,2], są specjalistyczne i prawdopodobnie pozostaną w obszarze zainteresowania wąskiego grona specjalistów. W mojej ocenie, większy potencjał pod kątem szerszego odbioru wyników stwarza publikacja [3], która jest bliża zagadnień będących przedmiotem obecnego głównego nurtu badań w ramach kosmologii teoretycznej.

Część z moich uwag do pracy zawarłem w powyższej dyskusji. Do dalszych komentarzy, jakie nasuwają się po zapoznaniu treścią pracy, można zaliczyć:

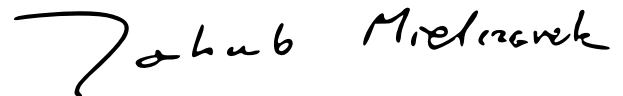
- Niewystarczające osadzenie wyników w kontekście dostępnej literatury przedmiotu, w szczególności obejmującej hamiltonowskie sformułowanie teorii zaburzeń kosmologicznych, otrzymanych m.in. w kontekście pętlowej kosmologii kwantowej.
- Nienumerowane równanie, pomiędzy równaniami 4.24 a 4.25a, zawiera błąd.
- Dyskusja w rozdziale 4 została ograniczona do przypadku modów tensorowych. Pouczające byłoby uzupełnienie tych rozważań o przypadek modów skalarnych, dla których zmienne niezależne od wyboru cechowania mieszają komponent grawitacyjny oraz materii. Obecność pól materii może mieć zaś istotne znaczenie pod kątem definicji zegara.
- W kontekście rozdziału 4, wartościowe byłoby przeprowadzenie analizy widma mocy zaburzeń, wynikających z równania (4.29). Umożliwiłoby to odniesienie przewidywań do licznych wyników dotyczących generacji zaburzeń pierwotnych.
- Z rozdziału 3, trudno wywnioskować jakie jest zachowanie modów wektorowych. Czy podlegają podobnemu rozpadowi jak na tle FLRW?
- W rozdziale 4, kwantyzacja przeprowadzona jest na poziomie fizycznego hamiltonianu, do którego redukcja przebiega w sposób klasyczny. Jak jednak potwierdzają wyniki literaturowe, przeprowadzenie kwantyzacji na poziomie więzów, może prowadzić do odmiennych rezultatów. Wiąże się to m.in. z kwantową deformacją symetrii, której można oczekiwać rozważając algebrę kwantowych lub semiklasycznych więzów. Zagadnienie to było przedmiotem szerokiej dyskusji i analizy m.in. w ramach pętlowej kosmologii kwantowej. W dysertacji nie znaleziono dyskusji tej istotnej kwestii, która ma znaczenie pod kątem fizyczności wyników, otrzymanych w procesie kwantowania teorii w następstwie redukcji przestrzeni fazowej na poziomie klasycznym.

Pomimo przywołanych uwag, pracę oceniam bardzo wysoko, zarówno pod względem koncepcyjnym, staranności przeprowadzonej analizy, jak i zastosowanych i rozwiniętych metod. Za główne deficyty pracy mogę zaś uznać brak należytego osadzenia otrzymanych wyników w szerokim spektrum wyników związanych z teorią zaburzeń kosmologicznych oraz brak podjęcia próby zbliżenia przeprowadzonych rozważań do sfery empirycznej.

Podsumowując, stwierdzam, że praca Pani mgr Alice Boldrin pt. “Classical and quantum aspects of perturbations in Primordial Universe” spełnia warunki określone w Art. 186

ustawy z dnia 20 lipca 2018 r - Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz.U. 2018 poz. 1668) i wnioskuję o przejście do kolejnego etapu procedury związanej z przyznaniem Pani mgr Alice Boldrin stopnia doktora w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie nauki fizyczne.

Z poważaniem,

A handwritten signature in black ink, reading "Jakub Mielczarek". The signature is written in a cursive style with a large initial 'J'.

dr hab. Jakub Mielczarek, prof. UJ  
Instytut Fizyki Teoretycznej  
Uniwersytet Jagielloński